ФИРМА "1С"

5 февраля 2020 г.

Изучение итерационных процессов при геометрических построениях в интерактивной творческой среде «1С:Математический конструктор»

XX международная научно-практическая конференция

НОВЫЕ ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ

О.М. КОРЧАЖКИНА
к.т.н., с.н.с.
ИКОИ ФИЦ ИУ РАН

20 ЮБИЛЕЙНАЯ

О ЧЁМ БУДЕМ ГОВОРИТЬ

- обсудим метод итераций в школьном курсе геометрии на примере построения фрактальной кривой «Снежинка Коха»;

- для визуализации метода воспользуемся интерактивной творческой средой «1С:Математический конструктор».

НАЧНЁМ ИЗДАЛЕКА

- 20-21 мая 2019 г. ФИЦ «Информатика и управление» РАН. Семинар с международным участием «Наука – фундамент школы XXI века»: обсуждение нового содержания фундаментального ядра общего образования.

- ФЯ является основным документом, необходимым для создания базисных учебных планов, программ, учебно-методических материалов и пособий.

- Выделение «больших идей» школьного образования, которые отражают общее представление о мире, выраженное в виде фундаментальных понятий (идея измерения, идея десятичных или алфавитных символов, моделирование, имена и объекты, выражение истинности/ложности, визуализация, доказательство, конечные/бесконечные величины и пр.).

- В 2010 году Н.Х. Розов предложил включить в школьный курс математики три фундаментальных понятия - «большие идеи» перспективного этапа развития математического образования: ***бифуркация, фрактал и хаос***.

МЕТОД ИТЕРАЦИЙ

Метод итераций выступает как инструмент

- ✓ описания ***бифуркационных*** процессов;
- ✓ построения ***фракталов*** и вычисления их параметров;
- ✓ знакового представления математических систем с ***хаотическим*** поведением.

ФРАКТАЛЫ

Это сильно изрезанные геометрические объекты, которые

- имеют самоподобную структуру, при любом увеличении сохраняющую свою первоначальную сложность;
- обладают дробной размерностью, превышающей топологическую;
- могут быть описаны с помощью комплексных чисел;
- могут быть построены путём копирования, масштабирования и ***итерационных процессов: алгебраических вычислений и геометрических построений***;

МЕТОД ИТЕРАЦИЙ

Классический метод итераций в топологическом пространстве – это многократно повторяющийся процесс,

- демонстрирующий рост точности вычисления с каждым следующим шагом в виде *предела последовательности* некоторых величин;
- при котором *пределом последовательности* элементов является точка с окрестностью, содержащей все элементы последовательности, начиная с некоторого номера;
- обладающая свойством сходимости к некоторой величине.

Unit1Dragon.pas

ПРОСТЕЙШИЕ ФРАКТАЛЫ

Кривая дракона

ПРОСТЕЙШИЕ ФРАКТАЛЫ

Треугольник Серпинского

ВИДЕО 1

ПРОСТЕЙШИЕ ФРАКТАЛЫ

Ковёр Серпинского

ПРОСТЕЙШИЕ ФРАКТАЛЫ

Снежинка Коха $N=3^D$

СНЕЖИНКА КОХА

Снежинка Коха обладает следующими свойствами:

- непрерывна, но недифференцируема (не имеет производных);
- имеет бесконечный периметр: $P_D \to \infty$ при $D \to \infty$, где D – порядок сложности, или номер итерации;
- имеет конечную площадь S_D ;
- демонстрирует противоречие: фигура с бесконечным периметром и конечной площадью.

ПОСТРОЕНИЕ СНЕЖИНКИ КОХА

ВИДЕО 2

D=1

0	→	0 1 5 0
1	→	1 2 0 1
2	→	2 3 1 2
3	→	3 4 2 3
4	→	4 5 3 4
5	→	5 0 4 5

ПОСТРОЕНИЕ СНЕЖИНКИ КОХА

ВИДЕО 3

СВОЙСТВА СНЕЖИНКИ КОХА

Периметр снежинки Коха

$$P_{Dmin}=3a$$

$$P_{D\to\infty}\to\infty$$

$$P_D=\left(\frac{4}{3}\right)*P_{D-1}=3*\left(\frac{4}{3}\right)^D$$

СВОЙСТВА СНЕЖИНКИ КОХА

Номер итерации *D* фрактала «Снежинка Коха»	Делитель стороны треугольника $N=3^D$	Вычисление периметра фрактала P_D в зависимости от номера итерации *D*: $P_D = 3*(4/3)^D=4*P_{D-1}/3 = (4/3)*P_{D-1}$
0 (равносторонний треугольник)	1	$P_{D=0}$ = 3/1=**3,00**
1 («Звезда Давида»)	3	$P_{D=1}$ = 3*4/3=**4,00**
2	9	$P_{D=2}$ = 48/9=16/3 = **5,33**
3	27	$P_{D=3}$ = 192/27=64/9 = **7,11**
4	81	$P_{D=4}$ = 768/81=256/27 = **9,48**
5	243	$P_{D=5}$ = 3072/243=1024/81 = **12,64**
6	729	$P_{D=6}$ = 12288/729=4096/243 = **16,86**
7	2 187	$P_{D=7}$ = 49152/2187=16384/729 = **22,47**
8	6 561	$P_{D=8}$ = 196608/6561=65536/2187 = **29,97**
9	19 683	$P_{D=9}$ = 786432/19683=262144/6561 = **39,95**
10	59 049	$P_{D=10}$ = 3145728/59049=1048576/19683 = **53,27**
11	177 147	$P_{D=11}$ = 12582912/177147=4194304/59049 = **71,03**

СВОЙСТВА СНЕЖИНКИ КОХА

$$S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4} * a^2 \approx 0{,}433$$

$$S_O = \pi R^2 = \pi \left(\frac{\sqrt{3}}{3} * a\right)^2 = \frac{\pi}{3} \approx 1{,}046$$

Площадь снежинки Коха

$$0{,}433 < S_D < 1{,}046$$

СВОЙСТВА СНЕЖИНКИ КОХА

$$S_{Dmax} = S_{\Delta} + 4*(S_{O1} - S_{\Delta 1})$$

$$S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4} * a^2 = 0.433$$

$$S_{O1} = \pi R^2 = \pi \left(\frac{\sqrt{3}}{3} * a_1\right)^2 = \pi/27 = 0.116$$

$$S_{\Delta 1} = \frac{\sqrt{3}}{4} * a_1^2 = 0.048$$

$$a_1 = a/3 = 1/3$$

$$S_{Dmax} = 0.433 + 4*(0.116 - 0.048) = 0.705$$

Площадь снежинки Коха

$$0{,}433 < S_D < 0{,}705$$

СВОЙСТВА СНЕЖИНКИ КОХА

Номер итерации *D* фрактала «Снежинка Коха»	Делитель стороны треугольника $N=3^D$	Вычисление площади фрактала S_D в зависимости от номера итерации *D*: $S_D=\frac{\sqrt{3}}{4}*(1+\frac{3}{4}*\Sigma(\frac{4}{9})^D)=$ $=S_{D-1}+\frac{\sqrt{3}}{4}*\frac{3}{4}*(\frac{4}{9})^D$
0 (равносторонний треугольник)	1	$S_{D=0}=\frac{\sqrt{3}}{4}*1^2=$**0.433**
1 («Звезда Давида»)	3	$S_{D=1}$ = 0.433+0.433*1/3=**0.577**
2	9	$S_{D=2}$ = 0.577+0.433*4/27=**0.641**
3	27	$S_{D=3}$ = 0.641+0.433*16/243=**0.669**
4	81	$S_{D=4}$ = 0.669+0.433*64/2187=**0.682**
5	243	$S_{D=5}$ = 0.682+0.433*256/19683**=0.688**
6	729	$S_{D=6}$ =0.688+0.433*1024/177147= **0.691**

$$\lim S_{D\to\infty}=\frac{\sqrt{3}}{4}*(1+\frac{3}{4}*\sum_0^\infty(\frac{4}{9})^D)=\frac{\sqrt{3}}{4}*(1+\frac{3}{4}*\frac{4/9}{1-4/9})=2*\frac{\sqrt{3}}{5}\approx 0.693$$

СВОЙСТВА СНЕЖИНКИ КОХА

ВЫВОДЫ

Интерактивная творческая среда «1С:Математический конструктор»

- демонстрирует возможность визуализации сложных геометрических построений, которые с трудом или вовсе не поддаются реализации традиционными средствами – с помощью циркуля и линейки;

- осуществляя в среде «1С:МК» итерационные (многочисленно повторяющиеся) геометрические построения и алгебраические вычисления, учащиеся приобретают устойчивый навык оперирования объектами различного уровня сложности;

- визуальный способ построения фрактальных кривых является наглядным свидетельством наличия диалектического единства *конечности* площади и *бесконечности* периметра плоской геометрической фигуры;

- пополняет опыт философского осмысления учащимися современного пути развития математической науки через понятие «большие идеи».

ФИРМА "1С"

5 февраля 2020 г.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

Ольга Максимовна КОРЧАЖКИНА

olgakomax@gmail.com

20 ЮБИЛЕЙНАЯ